

Kalibrierung von Marktrisiken in Solvency II – Der Teufel steckt nicht im Detail

Solvency II Calibrations: Where Curiosity Meets Spuriousity

Prof. Stefan Mittnik, PhD

Center for Quantitative Risk Analysis
Ludwig-Maximilians-Universität München

Asset Management unter Solvency II

Institutional Money

10.09.2013

“The devil is in the detail”

in:

Der Endspurt zu Solvency II

Karel van Hulle

Referat Versicherung und Renten
Europäische Kommission

BaFin-Vortrag, 13. Oktober 2011

Vorgeschichte

Übersicht

- 1 Hintergrund
- 2 Equity-Risk Input-Parameter der Standardformel
 - Equity SCRs
 - Korrelationen zwischen Global und Other Equities
- 3 Annualisierung in Solvency II
- 4 Annualisierung und temporale Abhängigkeit
 - Rendite-Dynamik
 - Vola-Dynamik
 - SCR/VaR-Kalibrierung
- 5 Annualisierung und simultane Abhängigkeit zwischen Assets
 - Korrelationen
 - Tail Dependence
- 6 Zusammenfassung methodischer Implikationen
- 7 Alternative Kalibrierung
 - Strategie
 - Ergebnisse
- 8 Fazit

Hintergrund

Ziele und Konsequenzen

- Vorausschauende, risikobasierte und an der wirtschaftlichen Realität orientierte Regulierung
- Bestimmung der Solvenzkapitalanforderung (Solvency Capital Requirement, SCR) auf Basis des unternehmensspezifischen Risikoprofils
- Anreize für angemessene Risikomanagement-Praxis
- Finanzanlagen sind größter Risikotreiber – Anlagevolumen beträgt ca. 7 Billionen Euro
- Weitreichende Konsequenzen für europäische Versicherungswirtschaft, aber auch für europäische und globale Finanzmärkte und Realwirtschaft

SCR-Module und -Submodule

Hauptmodule:

- 1 Market Risk
- 2 Counterparty Default Risk
- 3 Life Underwriting Risk
- 4 Health Underwriting Risk
- 5 Non-life Underwriting Risk

Marktrisiko-Modul

- Marktrisiko insgesamt größte Risiko-Komponente europäischer Versicherer.
- Unter den Marktrisiken haben **Aktien- und Beteiligungsrisiken** (Equity Risk) größten Anteil.

Wahlmöglichkeit zwischen:

- 1 Unternehmensspezifisch entwickelte und durch Aufsicht genehmigte **interne (Teil-)Modelle**.
- 2 **Standardformel:** Formel und Parameter von Aufsicht vorgegeben.

SCR-Berechnung folgt “bottom up”-Prinzip:

- ▶ Bestimmung des **Verlustpotenzials** (VaR) aller Risiko-Komponenten (Module und Submodule)
- ▶ **Aggregation** der (Sub-)Modul-SCRs zu **Gesamt-SCR**

Standardformel:

- Berechnung des **Basis-SCR** berücksichtigt die 5 o.g. Hauptmodule:¹

Die Standardformel

$$SCR = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \rho_{ij} \times SCR_i \times SCR_j}, \quad (1)$$

- **Aggregation** von Submodul-Risiken innerhalb eines Moduls erfolgt ebenfalls über Standardformel.
- **Input-Parameter:**
 - ▶ **SCRs (VaRs)** der jeweiligen Risiko-Komponenten: SCR_1, \dots, SCR_5
 - ▶ **Korrelationen** zwischen den Risiko-Komponenten: $\rho_{i,j}, i, j = 1, \dots, 5$

¹Gesamt-SCR umfasst zusätzlich Operationelle Risiken sowie Anpassungskomponenten.

Die Standardformel

- **EU-Direktive:** Gesamt-SCR soll garantieren, dass Versicherer²

“... will still be in a position, with a probability of at least 99,5%, to meet their obligations to policy holders and beneficiaries over the following 12 months.”

- **SCR entspricht VaR mit 99,5% Konfidenzniveau** und einem **Einjahreshorizont**.
- **VaR_{99,5}:** Verlustschwelle, die maximal mit 0,5% Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Jahres überschritten wird:
⇒ **Insolvenz durchschnittlich einmal in 200 Jahren.**
- Kalibrierung der **Jahres-VaRs** basiert auf **Jahresrenditen**.
- **Datenproblem:** Mit nur ca. 8 bis max. 40 Datenjahre sind extreme, einmal in 200 Jahren auftretende Ereignisse schwer bestimmbar.

²Europ. Parlament, Directive 2009/138/EC, Par. 65

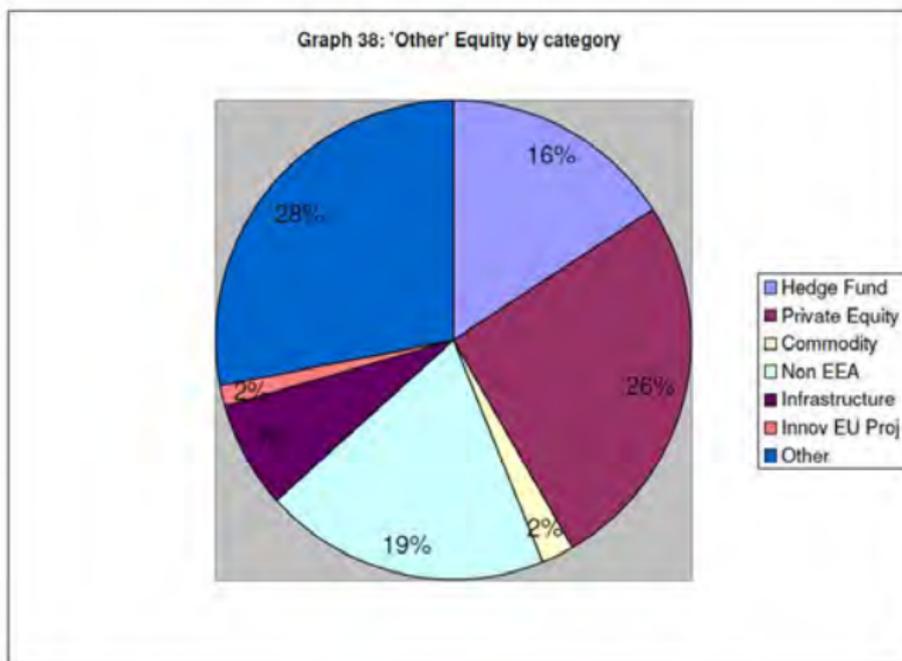
SCRs für Equity Risk

Equity: Submodule Marktrisiko

Equity gliedert sich in zwei Submodule:

- ① **Global Equity:** Aktien gelistet an EWR- oder OECD-Börsen
- ② **Other Equity:**
 - ▶ Aktien ausserhalb EWR und OECD gelistet
 - ▶ Private Equity (nicht-gelistet)
 - ▶ Hedge Fonds
 - ▶ Rohstoffe
 - ▶ Weitere Alternative Investments

Aktien- und Beteiligungsrisiken



Quelle: EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II (2011)

Equity SCR_s

CEIOPS gibt folgende, empirisch ermittelten 99,5% VaR-Wert an:

Equity-Typ	Index	VaR
Global Equity	MSCI World Price Index	-44.42%
Private Equity	LPX50 Total Return	-68.67%
Rohstoffe	S&P GSCI Total Return Index	-59.45%
Hedge Funds	HFRX Global Hedge Fund Index	-23.11%
Emerging Markets	MSCI Emerging Markets BRIC	-63.83%

Aus CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II:

The empirically calculated private equity charge above is likely to be somewhat overstated, and the hedge fund charge understated; there is also likely to be a small (although difficult to quantify) diversification benefit between the four categories. For these reasons, CEIOPS recommends an overall charge of 55% for the Other Equity category.

Nachträglich reduziert: $SCR_{Global} = 39\%$ und $SCR_{Other} = 49\%$

Korrelationen zwischen Global und Other Equities

SCR-Aggregation von Global und Other Equities:

CEIOPS³ ermittelt folgende **Korrelationen von “Other” mit “Global”**:

Equity-Typ	Index	Korrelation
Private Equity	LPX50 Total Return	0,8359
Commodities	S&P GSCI Total Return Index	0,4472
Hedge Funds	HFRX Global Hedge Fund Index	0,7731
Emerging Markets	MSCI Emerging Markets BRIC	-0,5282

Details zur Berechnung werden nicht angegeben.

³CEIOPS-DOC-65/10 (29. Januar, 2010)

Korrelationen zwischen Global und Other Equities

CEIPOS legt folgende Korrelationen fest:

- Zwischen allen Other Equities: Perfekte Korrelation **+1**

“CEIOPS notes a potential diversification benefit between the other equity types, but considers it to be low and difficult to calibrate, so proposes that the standard formula contains no diversification benefit within the other equity submodule (an implicit correlation of 1).”

- Korrelationen zwischen Global und Other Equities: **0,75**

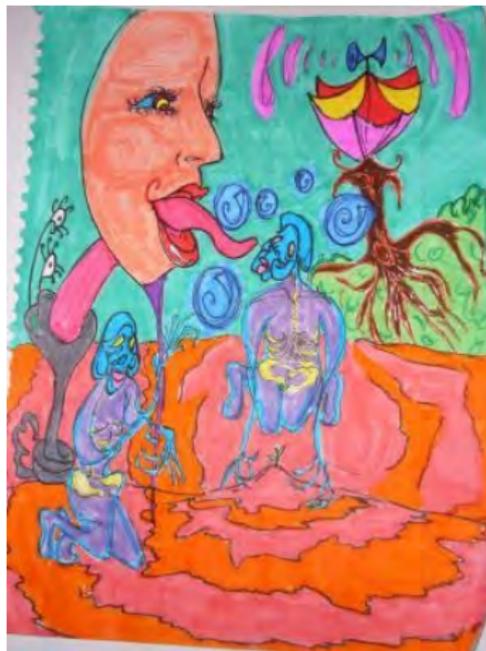
“Based on the information contained in 3.65 CEIOPS proposes to retain the correlation of 75% between ‘global’ and ‘other’ equities as tested in QIS4. The capital charge for all ‘other’ equity types would be simply added together before being correlated with the capital charge for ‘global’ equities using the above correlation factor.”

Annualisierung in Solvency II

Annualisierung in Solvency II

Where Curiosity Meets Spuriousity

Solvency II Calibrations: Where Curiosity Meets Spuriousity



Spuriousity Meets Curiosity

This is an Image under Drawing

Carin Foster: *Wow, where did you get the thought to draw something to [sic] deep?* <http://www.zinch.com/node/13248182>

Annualisierungsverfahren

Annualisierung in Solvency II

- **Ansatz in Solvency II:** Basierend auf täglichen Kursdaten werden **rollierende Jahresrenditen** berechnet.
- Für jeden Tag t wird anhand historischer Tagesdaten berechnet:

$$\text{Jahresrendite}_t = \frac{P_t - P_{t-\text{einJahr}}}{P_{t-\text{einJahr}}}, \quad t = \text{täglich} \quad (2)$$

- Von Tagesdaten über n Jahre können für $n - 1$ Jahre rollierende Jahresrenditen täglich bestimmt werden.
- **Problem: Hohe “Überlappung”** der annualisierten Renditen
 - ⇒ Jahresrenditen von heute und gestern haben zu 99% identische Tagesdaten
 - ⇒ beinhalten also kaum unabhängige Informationen

Annualisierung in Solvency II

- Aufsicht (CEIOPS) war sich dieser Problematik bewusst:⁴

“There is a balance to be struck between an analysis based on the richest possible set of relevant data and the possibility of distortion resulting from autocorrelation. In this case, we have chosen to take a rolling one-year window in order to make use of the greatest possible quantity of relevant data.”

- **Ist das ein Problem?** Ja, denn “distortions” sind erheblich.
- Annualisierung erzeugt **Quasi-Random-Walk**.
- Granger & Newbold (1974) zeigten: zwischen **unabhängigen Random-Walk-Prozessen** kommt es zu **Scheinkorrelationen** (spurious correlations).
⇒ Obwohl keine Korrelation vorliegt, sind geschätzte Korrelationen oft hochsignifikant, aber weitgehend Zufallsprodukte.

⁴CEIOPS-SEC-40-10, 3.56

Annualisierung und temporale Abhängigkeit

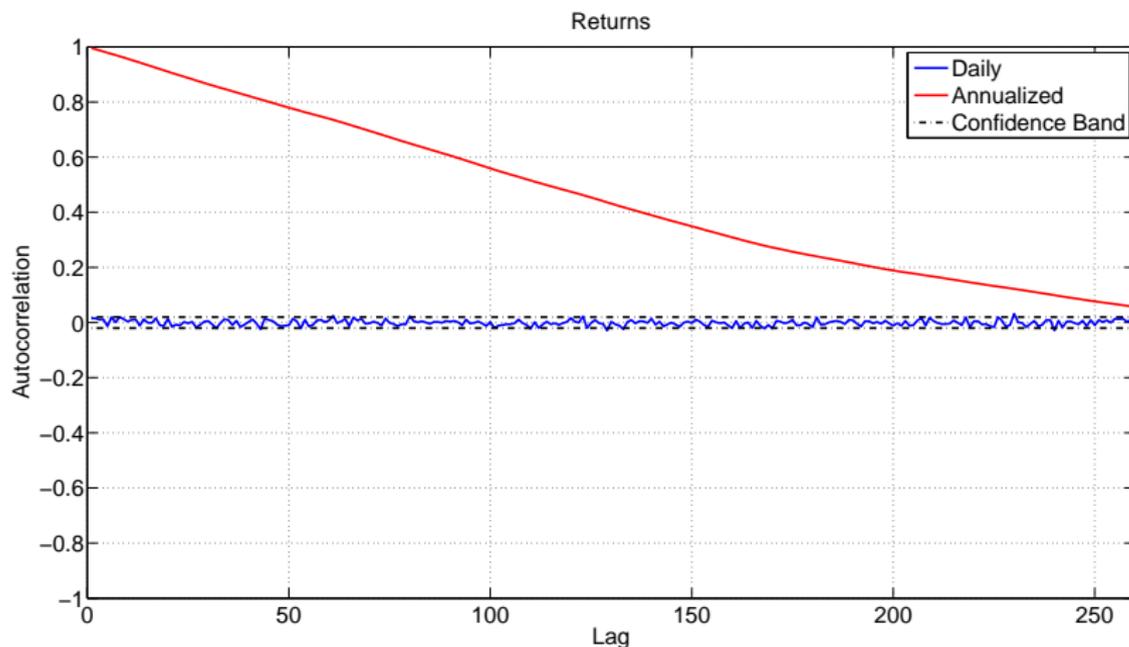
- **Random-Walk:**

$$r_t = \beta \cdot r_{t-1} + u_t \quad \text{mit } \beta = 1.$$

- Schätzt man β anhand annualisierter Renditen, tendiert der Schätzwert für β gegen $0,9961 \approx 1$.
- Treten bei annualisierte Renditen ähnliche Problem auf wie bei exakten Random–Walks?
- Wir prüfen dies mittels **Simulationsstudien**.

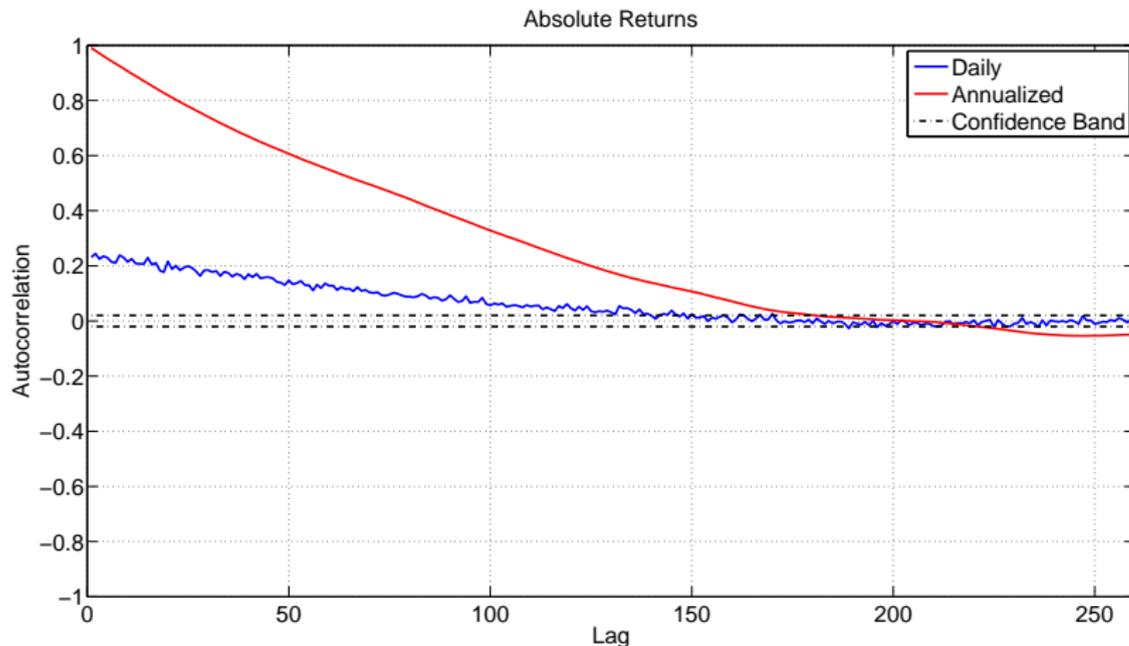
Rendite-Dynamik

Simulieren **unabhängige Tagesrenditen** über 100 Jahre, annualisieren & berechnen **Autokorrelationen für tägliche und annualisierte Renditen**:



Vola-Dynamik

Simulieren 100 Jahre Tagesrenditen via Normal-GARCH(1,1), berechnen **Autokorrelationen** der täglichen und annualisierten **absoluten** Renditen:

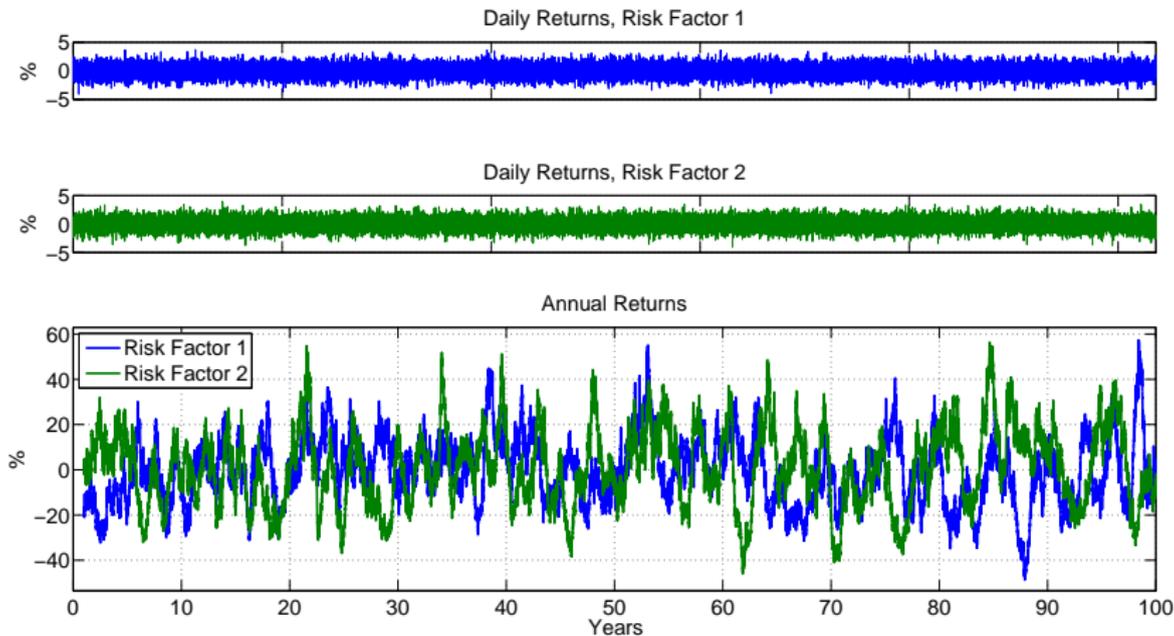


SCR-Simulationsexperiment

Simulieren zwei unabhängige Tagesrendite-Reihen über 100 Jahre:

$$r_t = \begin{pmatrix} r_{1t} \\ r_{2t} \end{pmatrix} \stackrel{iid}{\sim} N(\mu, \Sigma), \quad \text{with } \mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ and } \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

und berechnen Jahresrenditen mit rollierender Annualisierung.



VaR-Schätzung

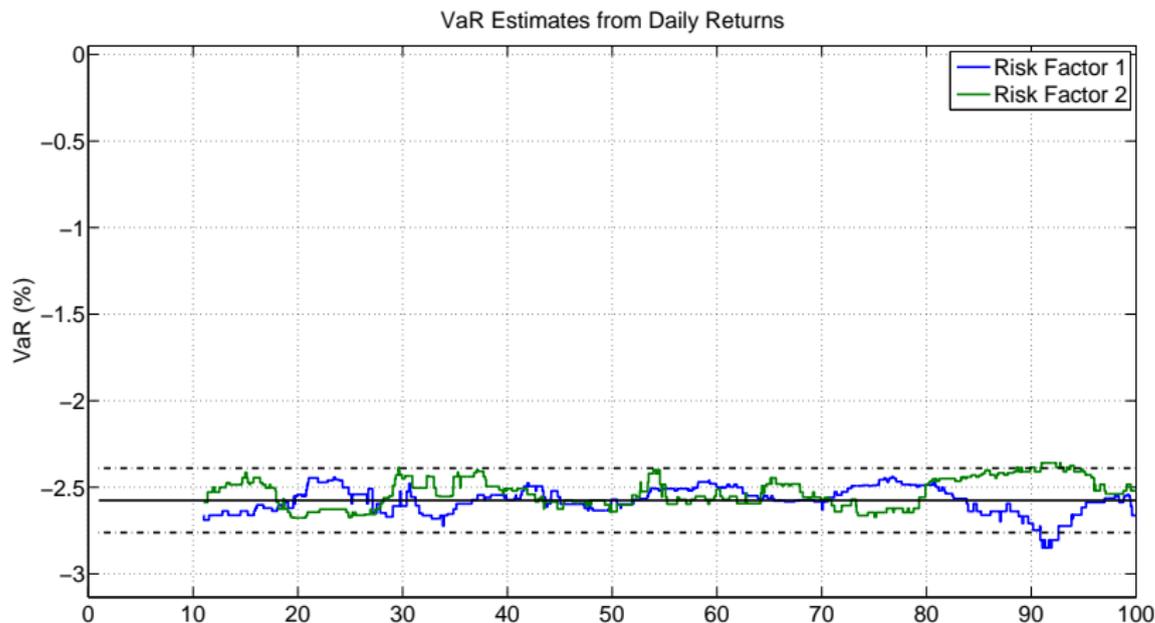


Abbildung: Historische VaRs (10-jahres Fenster) für **Tagesrenditen** mit theoretischem VaR (horizontale Linie) und 95% Konfidenzintervall

VaR-Schätzung

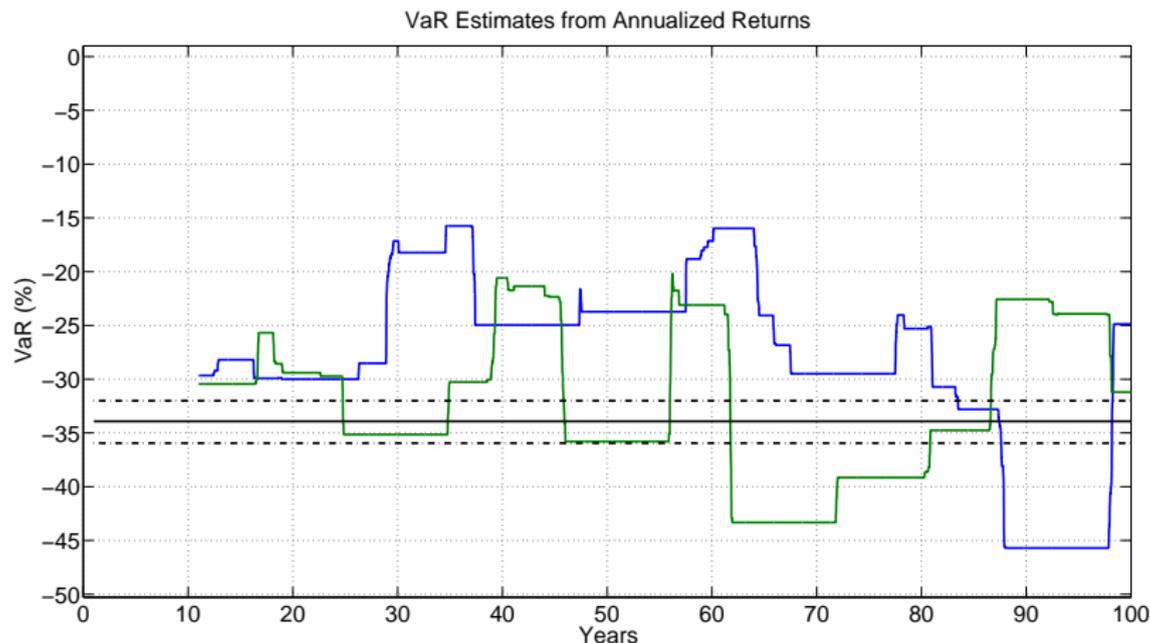


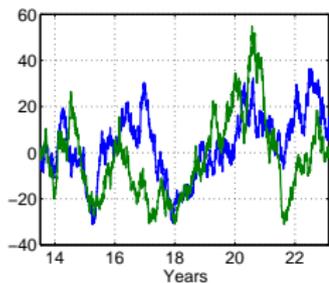
Abbildung: Historische VaRs (10-jähriges Fenster) für **annualisierte Renditen** mit theoretischem VaR (horizontale Linie) und 95% Konfidenzintervall

Annualisierung und Abhängigkeit zwischen Assets

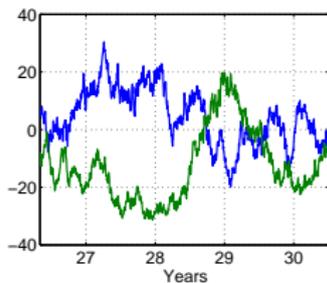
Simulationsexperiment

Teilperioden annualisierter Renditen (oben) und Streudiagramme (unten) und geschätzten Korrelationen

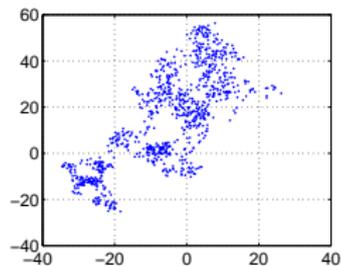
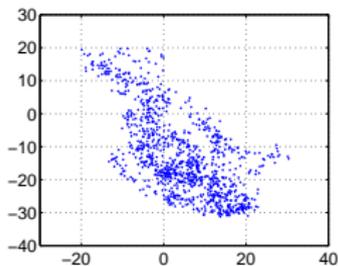
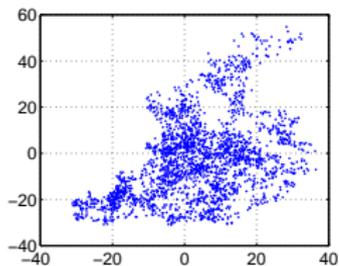
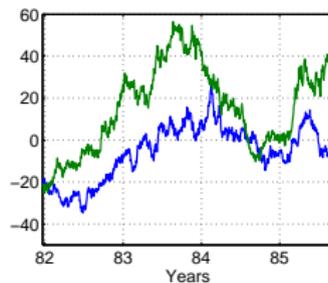
$$\hat{\rho} = 0.42$$



$$\hat{\rho} = -0.65$$



$$\hat{\rho} = 0.75$$

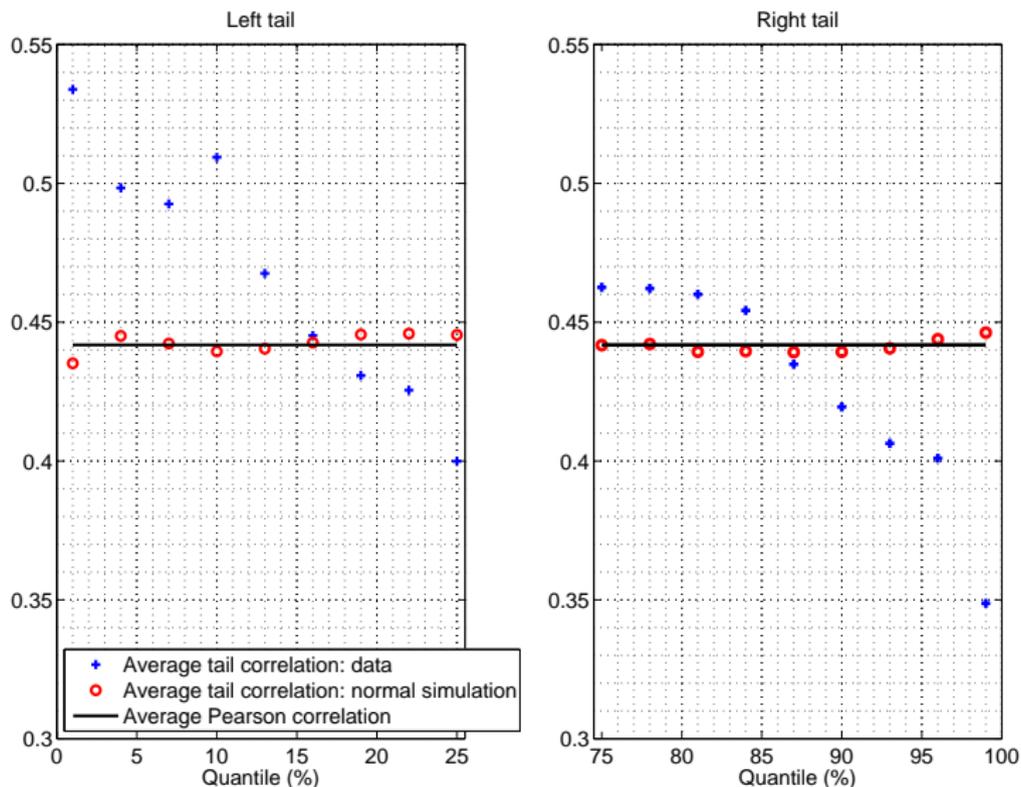


Zusätzliches Problem:

- Kalibrierung **nicht mit üblicher (Pearson-) Korrelation**.
- Pearson-Korrelation ist ein Maß für **lineare Abhängigkeit** und **ungeeignet für nicht-lineare oder nicht-normalverteilte Risiko-Strukturen**.
- Um Verhalten bei extremen Stress-Situationen zu erfassen, werden in Solvency II **Tail-Korrelationen** verwendet.

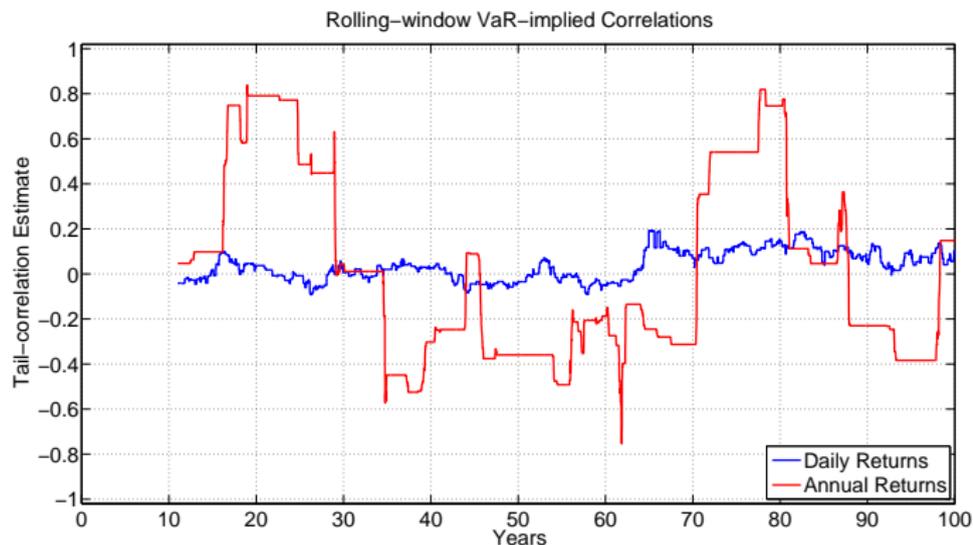
Kalibrierung mittels Tail-Korrelationen: Beispiel DAX

Durchschnitt aller Tail-Korrelationen der 30 DAX-Aktien:



Kalibrierung mittels Tail-Korrelationen

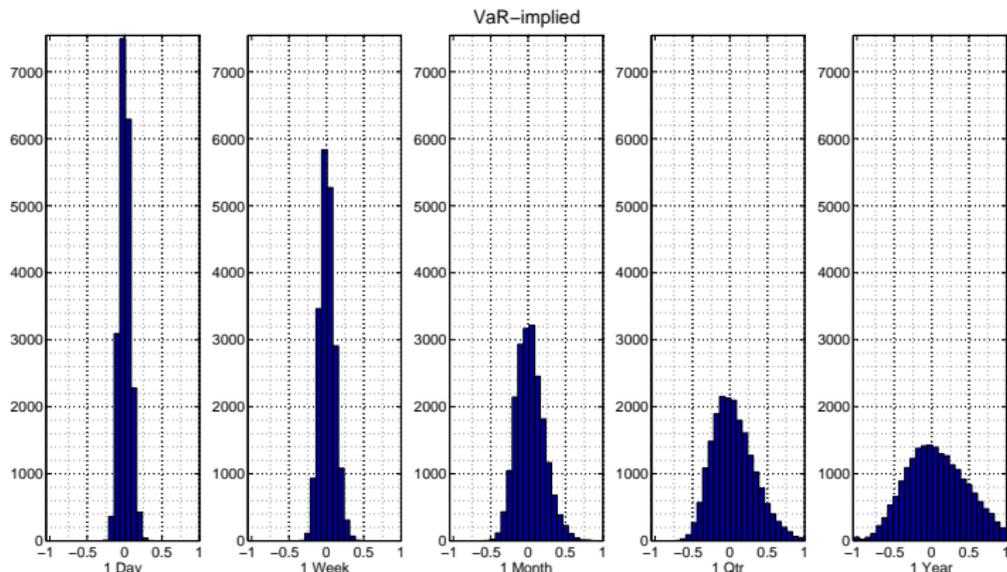
Zurück zum Experiment der über 100 Jahre simulierten Renditen:



Simulierte Renditereihen sind unabhängig \Rightarrow **Korrelationen sollten immer null sein.**

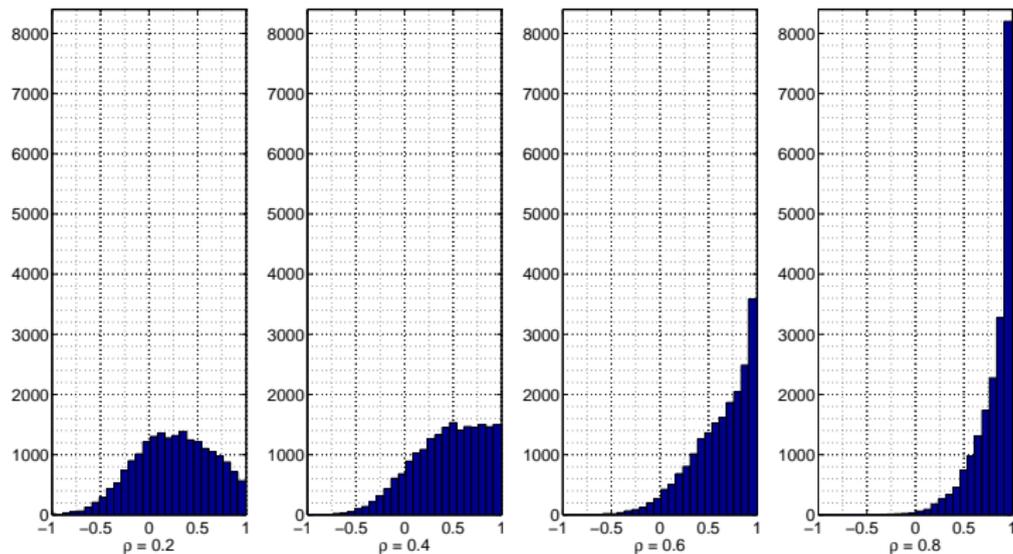
Tail-Korrelationen: Bias und Effizienz

Histogramm VaR-impliziter Tail-Korrelationsschätzungen von Tagesrenditen, $\rho = 0$ und 10-jähriger Stichproben bei wachsendem Aggregationslevel:



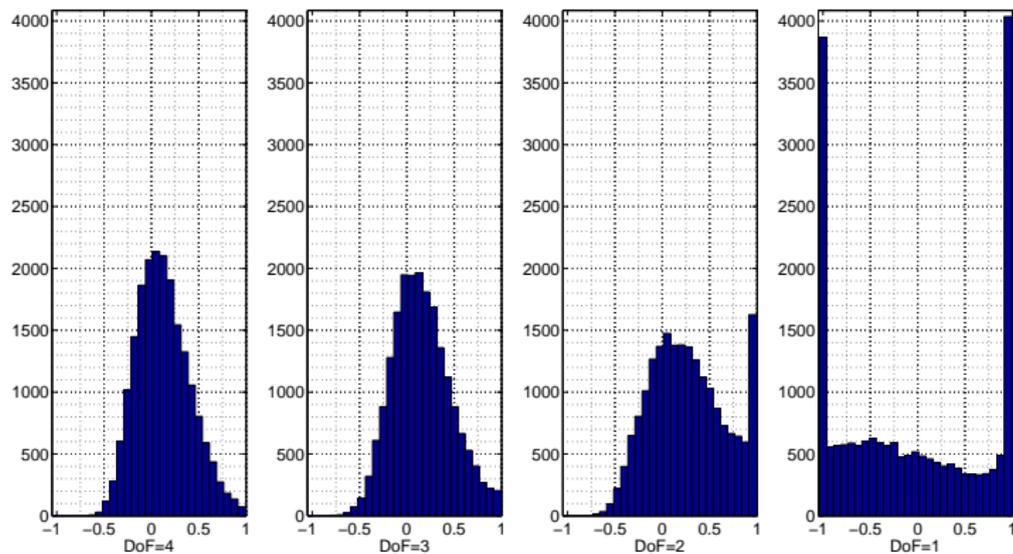
Tail-Korrelationen: Pile-up-Problem

Histogramm der VaR-impliziten Tail-Korrelationschätzungen für annualisierte Renditen bei unterschiedlich korrelierte Tagesrenditen:



Tail-Korrelationen: Fat-Tails und Pile-Ups

Histogramme für VaR-implizite Tail-Korrelationschätzungen für t -verteilte Tagesrenditen und verschiedene Freiheitsgrade mit $\rho = 0.0$:

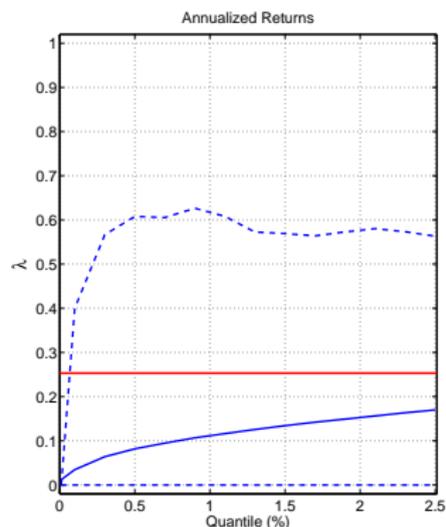
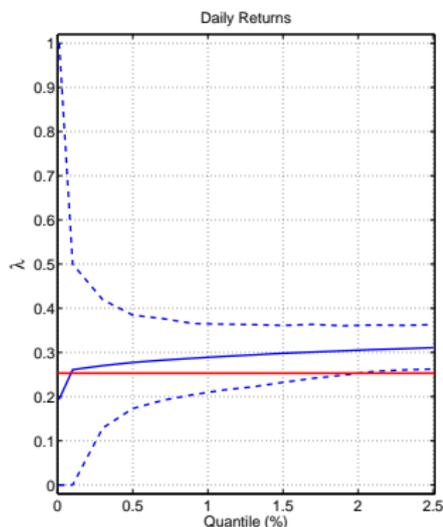


Annualisierung und Tail Dependence

- Liegt Focus auf Extremrisiken, dann interessiert **Tail Dependence**.
- **Koeffizient der Tail Dependence (CTD)**: Anteil der Perioden, in denen zwei Assets eine (hohe) Verlustschwelle gemeinsam überschreiten.
- Treten große Verluste tendenziell gemeinsam auf, dann liegt CTD nahe bei 1; besteht diese Tendenz nicht, dann liegt CTD nahe 0.
- CTD enthält relevante Information, wenn – wie in Solvency II – die Konsequenzen extremer Verluste abgeschätzt werden sollen.

Annualisierung und Tail Dependence

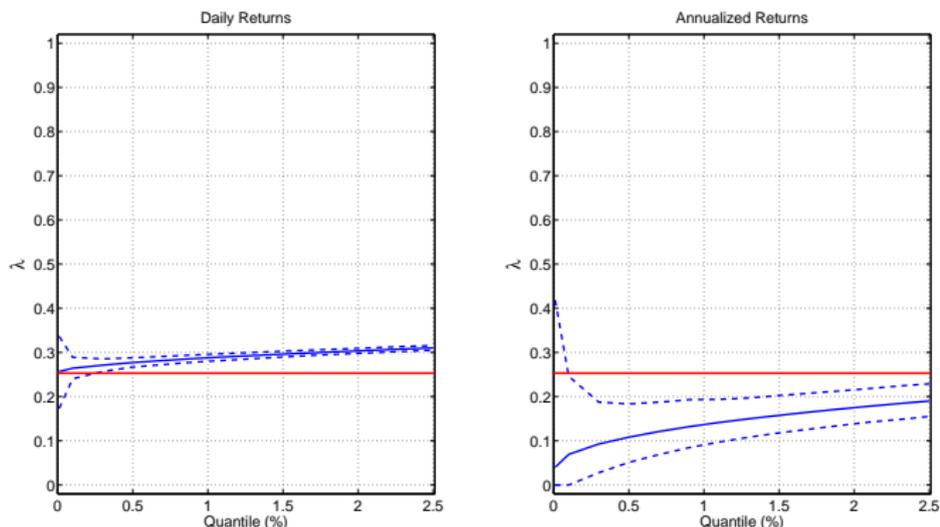
Mittelwert geschätzter CTD-Werte (blaue Linie) von Tages- (links) und annualisierten Renditen (rechts) generiert von bivariaten t -Verteilung ($\rho = 0,5$ and $\nu = 4$) für **40 Jahre** mit 95%-Konfidenzband:⁵



⁵5.000 Replikationen

Annualisierung und Tail Dependence

Mittelwert geschätzter CTD-Werte (blaue) von Tages- (links) und annualisierten Renditen (rechts) generiert von bivariaten t -Verteilung ($\rho = 0,5$ and $\nu = 4$) für **4.000 Jahre** mit 95%-Konfidenz-band:⁶



⁶5.000 Replikationen

Zusammenfassung methodischer Implikationen

Zusammenfassung methodischer Implikationen

- Rollierende Annualisierung verzerrt Parameter der Standardformel.
- SCRs/VaRs der Module und Korrelationen verhalten sich erratisch.
- VaR-implizite Korrelationsschätzer verzerrt Richtung +1. Problem verschwindet nicht durch mehr Daten.
- Sind Tagesrenditen nur schwach (positiv) korreliert, so haben annualisierte Renditen Pile-up-Problem bei +1.
- Probleme in Realität oft dramatischer aufgrund von Fat-Tails.
- Annualisierung zertört vorhandene, gemeinsame Verlusttendenzen in Renditen. Koeffizient der Tail Dependence tendiert Richtung 0.

Alternative Kalibrierung

Alternative Kalibrierung – Strategie

- “Saubere” Kalibrierung erfordert Modellierung **temporaler Abhängigkeiten** und **simultaner Abhängigkeiten**:
 - ▶ Müssen temporale Abhängigkeiten verstehen, um von hochfrequenten Daten (Tagesrenditen) auf Langfrist-Risiken zu schließen
 - ▶ Müssen komplexe Simultanabhängigkeiten zulassen, um nichtlineare Abhängigkeiten und Tail Dependence zu berücksichtigen
- **Fundamentales Problem** der Solvency–Kalibrierung:
 - ▶ Temporale Abhängigkeiten verschleiern Simultanabhängigkeiten
 - ▶ Annualisierung induziert extreme temporale Abhängigkeiten und gänzlich zerstört Simultanabhängigkeiten
- Alternativ–Kalibrierung verfolgt **gegenteilige Strategie**:
 - ① “Bereinigung” von temporalen Abhängigkeiten durch Filterung
 - ② Keine explizite Modellierung der Simultanabhängigkeiten in gefilterten Renditen ⇒ “Lassen die Daten sprechen”

Alternative Kalibrierung – Strategie

- **Vorgehensweise:**

- ① Verwenden **nicht-überlappende Wochenrenditen**
⇒ bessere Erfassung der Dynamiken als mit Tagesdaten
- ② Einsatz univariater, fat-tailed ARMA-GARCH-Filter
- ③ Generieren 50.000 Jahrerendite-Szenarien via Vektor-Bootstrap-Simulation mit Filter-Umkehrung
⇒ weitgehende Erhaltung komplexer Simultanabhängigkeiten
- ④ Bestimmung von SCR-Werten und Tail-Korrelationen aus generierten Szenarien

- **Zwei Modifikationen:**

- ▶ Lassen Hedge Fonds aussen vor, da nur Daten über ca. 8 Jahre
- ▶ CEIOPS' Verwendung des LPX50 als Private-Equity-Index seitens Wissenschaft und Praxis stark kritisiert, da nicht repräsentativ
⇒ Verwenden Alternative: Listed PE Funds-of-Funds Index (LPFFX)

Alternative Kalibrierung – Ergebnisse

SCR-Werte:

Equity-Typ	CEIOPS org.	EIOPA akt.	Alternativ
Global Equity	44.42%	39%	48%
Private Equity	68.67%	49%	50%
Rohstoffe	59.45%	49%	48%
Emerging Markets	63.83%	49%	68%

Tail-Korrelationen:

	Global Eq.	Private Eq.	Rohst.	Em. Markets
Global Eq.	–	0.41	0.18	0.58
Private Eq.	0.75	–	0.23	0.37
Rohst.	0.75	1	–	0.29
Em. Markets	0.75	1	1	–

Alternative Kalibrierung – Ergebnisse

Gewichte der Minimum–Varianz–Portfolios mit aktueller Solvency–II–Kalibrierung vs. Alternativ–Kalibrierung:⁷

Equity-Typ	EIOPA akt.	Alternativ
Global Equity	91.7%	34.0%
Private Equity		26.0%
Rohstoffe	8.3%	40.0%
Emerging Markets		0.0%
Portfolio–SCR	38.9%	34.7%

● Vergleich:

- ▶ Portfolio–SCRs unterscheiden sich unwesentlich
- ▶ **Aber:** Optimalen Portfolios unterscheiden sich erheblich
⇒ Solvency II führt zu einseitiger Gewichtung
- ▶ **Ursache:** Solvency II “kompensiert” zu hohe Korrelationswerte durch zu niedrig angesetzte SCR

⁷Keine Leerverkäufe

Fazit

Fazit

- **Der Teufel steckt nicht im Detail.** Es besteht ein **fundamentales Problem** bei der Kalibrierung von Anlagerisiken.
- **Kalibrierung** der Standardformel hat aufgrund rollierender Annualisierung **keine empirische Fundierung**.
- **Gilt für alle Submodule**, in denen rollierend annualisiert wird (Property Risk, Interest Rate Risk etc.).
- Ziel der Regulierung, **“Anreize für angemessene Risikomanagement–Praxis”**, klar verfehlt:
 - ⇒ ignoriert Diversifikation zw. heterogenen “Other Equities”
 - ⇒ “Kompensation” durch niedrige SCRs
- Realistische Kalibrierung ist kritisch, denn **erratische Standardformel** führt zu:
 - ⇒ magelhafte Regulierung
 - ⇒ falsche Risikoeinschätzung und Anlageentscheidungen
 - ⇒ falscher “Anker” für interne Modelle
 - ⇒ volkswirtschaftlicher Schaden durch fehlgesteuerte Investitionen

Nachgeschichte

Vielen Dank

Prof. Stefan Mittnik, PhD
Center for Quantitative Risk Analysis
Ludwig-Maximilians-Universität München
Akademiestrasse 1/I
80799 München

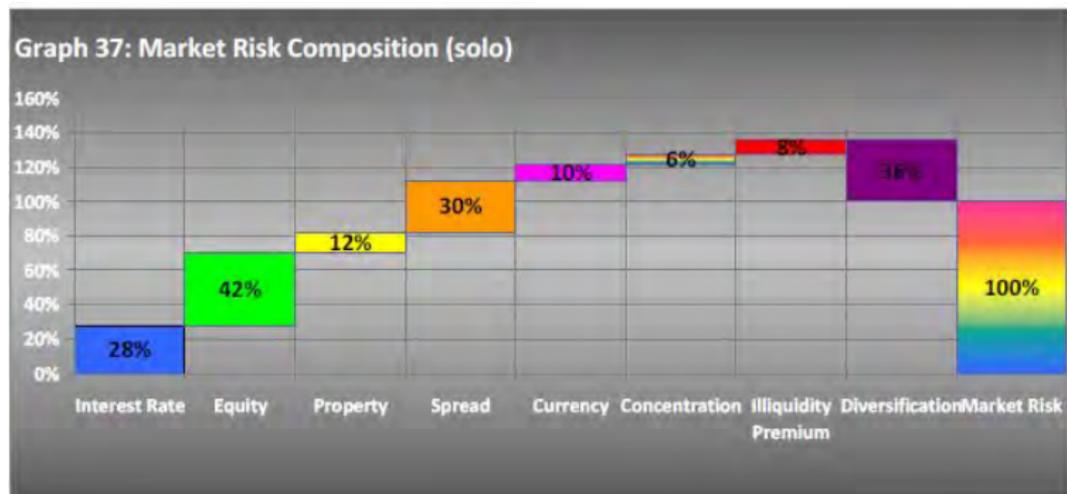
Tel.: +49 89 2180-3224
finmetrics@stat.uni-muenchen.de

Paper erhältlich unter:

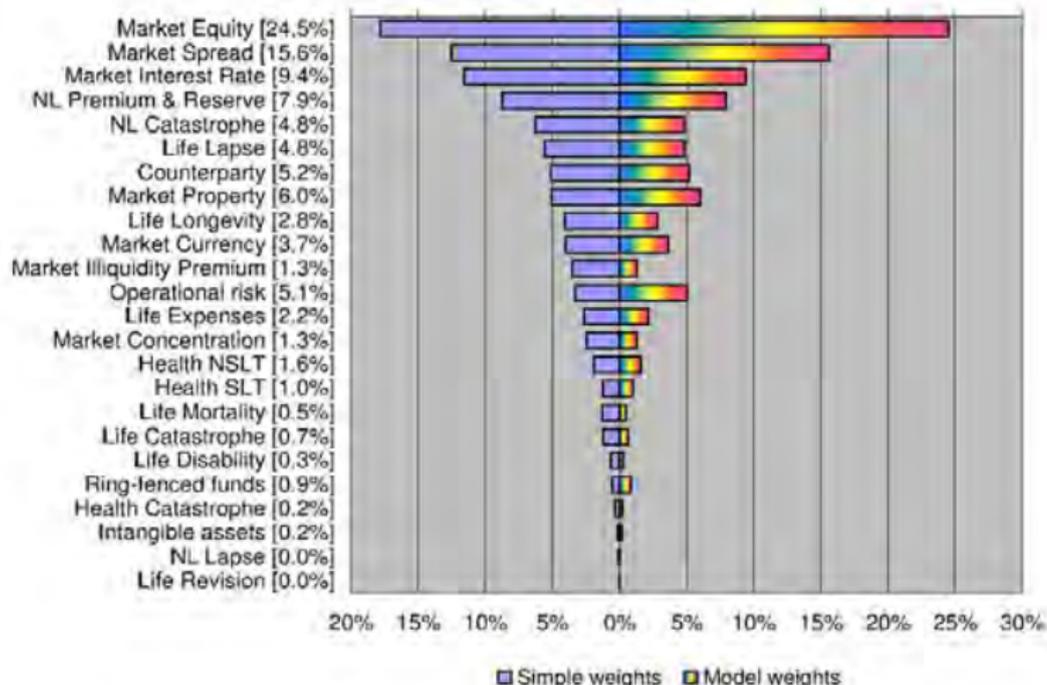
www.cequra.uni-muenchen.de/working_papers/index.html

BACKUPS

Market Risk module



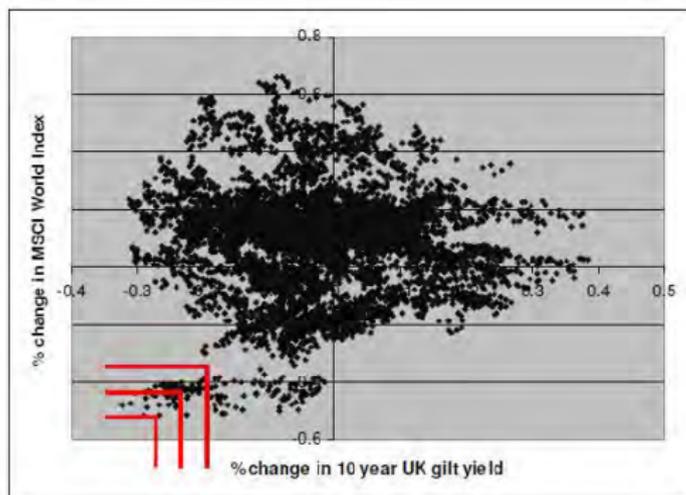
Graph 11: Weighting of the main risks in the SCR



Quelle: EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II (2011)

Kalibrierung der Korrelationsparameter

Data-Cutting-Methode: Graphische Darstellung

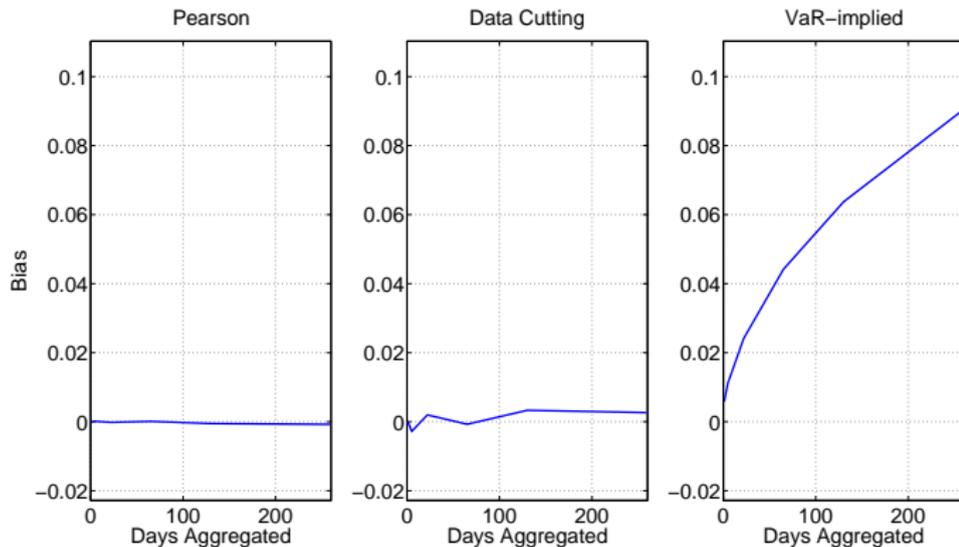


Praktisches Problem:

- Zahl der gemeinsamen Tail-Beobachtungen oft sehr gering bzw. null
⇒ Tail-Korrelation nicht oder nur sehr ungenau berechenbar.

Korrelationsschätzung: Bias (Verzerrung)

Bias in Korrelationsschätzung mit rollierend aggregierten Renditen,⁸ $\rho = 0$,
10.000 Replikationen über **40 Jahre**:



⁸Aggregationslevel: Tag, Woche, Monat, Quartal, Halbjahr und Jahr.

Korrelationsschätzung: Effizienz

Effizienz der Korrelationsschätzers, $\rho = 0$, 10.000 Replikationen über **40 Jahre**:

