

Das Kelly-Kriterium

Der für Pferdewetten entwickelte Erfolgsfaktor lässt sich auf den Kapitalmarkt übertragen.

Mithilfe dieses aus dem professionellen Spiel heraus entwickelten Ansatzes, der heute bei Wettprofis gang und gäbe ist, lässt sich eine Strategie ermitteln, die die Höhe des (Wett-)Einsatzes als Prozentsatz des (Spiel-)Risikokapitals unabhängig von den (Spiel-)Anlageergebnissen der Vorperioden, aber bei positiven Renditeerwartungen so festlegt, dass langfristig optimale (Spiel-)Ergebnisse erzielt werden und der Spieler (Investor) keinen Bankrott erleidet.

Am Beispiel von Pferdewetten mit Insiderwissen

Kelly hat sein Kriterium 1956 in dem Aufsatz „A New Interpretation of Information Rate“ am Beispiel von Pferdewetten mit Insiderwissen dargelegt. Das Kriterium ist auf alle Wetten mit einem positiven Erwartungswert anwendbar. Edward O. Thorpe hat bereits 1971 in „Portfolio Choice and the Kelly Criterion“ eine mögliche Anwendung dieser Methode auf die Portfoliotheorie dargelegt. Für Wetten mit negativen Renditeerwartungen würde die Kelly-Formel einen optimalen Risikokapitaleinsatz von null Prozent errechnen. Wie

hoch sieht nun nach Kelly der optimale Einsatz des Münzwurfs mit im Erfolgsfall Einsatzverdreifung, ansonsten Einsatzverlust und dem Erwartungswert von plus 50 Prozent aus?

Die Kelly-Formel gibt Aufschluss:

$$f = \frac{(B + 1) P - 1}{B}$$

Dabei stellt f den optimalen Bruchteil des Risikokapitals dar, der pro Periode als Einsatz fungiert, P die Gewinnwahrscheinlichkeit (hier: 50 Prozent) und B das Verhältnis von Gewinn zu Verlust (hier: 3 zu 1). Eingesetzt in diese Formel, ergibt sich ein Wert von 25 Prozent. Dies bedeutet, dass nur ein Viertel des Risikokapitals zum Start eingesetzt wird.

Beträgt dieses Risikokapital zehn Prozent der Assets, werden es 2,5 Prozent sein, die in Periode 1 eingesetzt werden. Sollte man gewonnen haben, hat man aus 2,5 nunmehr wegen der dreifachen Gewinnchance 7,5 gemacht und verfügt insgesamt über 105 Prozent des Anfangskapitals, wovon nunmehr 15 Prozent das Risikokapital darstellen, das der Ausgangspunkt

für die Ermittlung des Kapitaleinsatzes für Runde 2 ist. Hier kommen nun 25 Prozent von 15, also 3,75, als Einsatz auf den Tisch.

Bei Verlust in Runde 1 beträgt das Gesamtkapital 97,5, das verbliebene Risikokapital als Berechnungsgrundlage für das einzusetzende Viertel in Runde 2 nur mehr 7,5. Somit kommen dann nur 1,875 Einheiten als Einsatz auf den Tisch.

Dieses Prozedere setzt sich Runde für Runde beziehungsweise Investmentperiode für Investmentperiode fort. Dieses Ergebnis ist insofern optimal, weil keine Prognosemöglichkeit für den Münzwurf besteht. Hätte der Investor eine gewisse Prognosefähigkeit, etwa, dass die Erfolgchancen bei 55 Prozent lägen, verschöbe sich der Wert von P in der Formel, sodass sich ein anderes Optimum errechnet. (Bei 55 Prozent Wahrscheinlichkeit und gleichem Auszahlungsprofil wäre der optimale Einsatz 30 Prozent des Risikokapitals.)

Die erwartete Rendite je Runde ist abhängig vom Risikokapitaleinsatz als Prozentsatz des verfügbaren Risikokapitals und errechnet sich nach folgender Formel:

siehe nächste Seite →



Formel der erwarteten Rendite:

$$Rundenrendite_{erwartet} = \sqrt{Einsatz\% - 2 Einsatz\%^2 + 1} - 1$$

Im gegenständlichen Beispielfall kommt man damit auf den Wert von 6,066 Prozent, der den Scheitelpunkt in der Grafik „Erwartete Rundenrenditen“ darstellt.

Höhere oder geringere Einsätze als Prozentsatz des Risikokapitals führen zu suboptimalen Ergebnissen, wie leicht ersichtlich ist. Eine wichtige Erkenntnis dieses einfachen Falls ist, dass die Linearität zwischen Risiko und Rendite im Mehrperiodenfall nicht mehr gegeben ist und im Vergleich zur Mean-Variance-Portfoliooptimierung eine gänzlich andere Dynamik zwischen diesen beiden Parametern herrscht. Das Optimum (hier: 25 Prozent Einsatz des jeweils vor Rundenbeginn verfügbaren Investitionskapitals) ist die einzig rationale Investmentregel, unabhängig vom individuellen Risikoappetit des Spielers/Investors.

Transponiert in die Wertpapierwelt, bedeutet dies, dass ein neuer, mehrperiodiger Portfolioallokationsansatz jenseits des CAPM-Standards versuchen muss, die geometrische Rendite als Zielfunk-

tion für Investmententscheidungen zu etablieren.

In Bezug auf den Kapitalmarkt verschiebt sich die Kernaussage insbesondere bezüglich der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Renditen und der Höhe des Erwartungswerts.

In seiner ursprünglichen Publikation war Kelly von einem durch Kommunikationsfehler beeinträchtigten Insiderwissen ge-

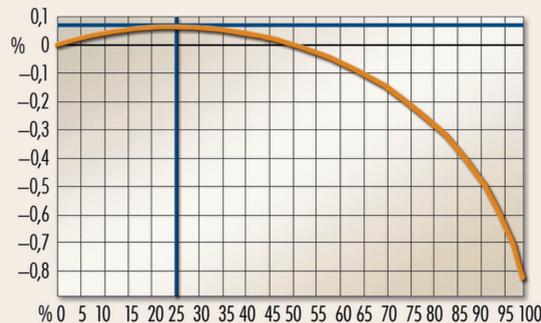
genüber dem Buchmacher ausgegangen, um eine Wette mit einem positiven Erwartungswert zu kreieren.

Der Kapitalmarkt bietet hingegen – zumindest in der Theorie und langfristig – positive Risikoprämien gegenüber der risikolosen Geldmarktanlage an. Dadurch erhält der Portfoliomanager Zugang zu vielen unterschiedlichen Wetten, die alle auf lange Sicht eine Überrendite zum Geldmarkt generieren. Kapital unterwegs herauszunehmen, also eine Gewinnsicherung zu betreiben, ist bei Kelly nicht vorgesehen. Nichtsdestotrotz wird man diese im Portfoliokontext sehr wohl als strategisches Element definieren, selbst wenn man sich damit vom Optimum entfernt.

Oder man investiert nicht vollumfänglich, wie es das Kelly-Kriterium vorgibt, sondern folgt einem fraktionellen Kelly-Faktor von beispielsweise 50 oder 25 Prozent mit entsprechend geringeren Drawdowns, aber auch reduzierter und damit suboptimaler Upside, wie es der Risikopräferenz eines Investors eher entspricht. Genau dies ist auch Teil der Handelsstrategien, wie sie Andrew Lo und Pablo Azar untersuchten.

Erwartete Rundenrenditen

Das Ziel ist, so viel einzusetzen, dass man im Spiel bleibt und langfristig das Optimum erreicht.



Wer nach dem Kelly-Kriterium nur einen gewissen Anteil seines Risikokapitals Runde für Runde investiert, erhält ein optimales Ergebnis. Im gegenständlichen Beispiel liegt dies bei 25 Prozent als Einsatz des in der jeweiligen Runde verfügbaren Risikokapitals, der Erwartungswert der Rundenrendite liegt bei 6,066 Prozent pro Runde. Dies entspricht dem Scheitelpunkt der Kurve.

Quelle: PMM